



LIETUVOS RESPUBLIKOS ŠVIETIMO IR MOKSLO MINISTERIJA
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS

MATEMATIKA

2006 m. valstybinio brandos egzaminų uždavotė

Pagrindinė sesija

2006 m. gegužės 17 d.

Trukmė – 3 val.

Valstybinio brandos egzamino formules

Trikampis. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$; a, b, c – trikampio kraštinės, p – pusperimetris,

r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai, S – trikampio plotas.

Iškilojo daugiakampio kampų suma. $S_n = 180^\circ (n-2)$.

Skritulio išpjova. $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$, $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$; α – centrinio kampo didumas laipsniais,

S – išpjovos plotas, l – išpjovos lanko ilgis, R – apskritimo spindulys.

Nupjautinis kugis. $S = \pi(R+r) \cdot l$, $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$; R ir r – kugio pagrindu spinduliai,

S – šoninio paviršiaus plotas, V – turis, H – aukštine, l – sudaromoji.

Nupjautinės piramidės turis. $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$; S_1, S_2 – pagrindu plotai, H – aukštine.

Rutulys. $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; S – rutulio paviršiaus plotas, V – turis, R – spindulys.

Rutulio nuopjovos turis. $V = \frac{1}{3} \pi H^2 (3R - H)$; R – spindulys, H – nuopjovos aukštine.

Vektorių skalarinė sandauga. $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$;

α – kampas tarp vektorių $\vec{a} = \{x_1, y_1, z_1\}$ ir $\vec{b} = \{x_2, y_2, z_2\}$.

Geometrinė progresija. $b_n = b_1 q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1 (1 - q^n)}{1 - q}$.

Begaline nykstantoji geometrinė progresija. $S = \frac{b_1}{1 - q}$.

Trigonometrines funkcijas. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$,

$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$, $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$, $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$,

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$, $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$,

$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$.

Niutono binomo formulė. $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$.

$C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Tikimybių teorija. Atsitiktinio dydžio X matematinė viltis yra $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$,

dispersija $DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$.

Išvestinių skaičiavimo taisyklės. $(Cu)' = Cu'$; $(u \pm v)' = u' \pm v'$; $(uv)' = u'v + uv'$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'v^2}$;

čia u ir v – taške diferencijuojamos funkcijos, C – konstanta. $(a^x)' = a^x \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.

Sudėtines funkcijas $h(x) = g(f(x))$ išvestinė $h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$.

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0; f(x_0))$ lygtis. $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Logaritmo pagrindo keitimo formulė. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Kiekvienas teisingai išsprastas uždavinys (1–6) vertinamas 1 tašku.

1. Kuriam intervalui priklauso skaičius¹ $\log_3 10$?

- A** $(-3; -2)$ **B** $(0; 1)$ **C** $(1; 2)$ **D** $(3; 4)$ **E** $(2; 3)$

2. Knygas dedant i kruveles po 3, lieka 2 knygos, taip pat 2 knygos lieka ir dedant jas i kruveles po 10. Knygu buvo:

- A** 12 **B** 8 **C** 32 **D** 16 **E** 24

3. Kuri pora lygciu² yra ekvivalencios lygtys?

- A** $\frac{x^2-4}{x-2}=4$ ir $x+2=4$ **B** $x-1=3$ ir $(x-1)^2=9$
C $x=3$ ir $x+\frac{1}{x-3}=3+\frac{1}{x-3}$ **D** $x+1=1$ ir $x+1+\frac{1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$
E $\sqrt{x^2}=1$ ir $x=1$

4. $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} =$

- A** -1 **B** $5-2\sqrt{5}$ **C** $2\sqrt{5}-5$ **D** 1 **E** 5

5. Kurios parabolės viršune yra II ketvirtyje?

- A** $y=(x-1)^2-1$ **B** $y=(x+2)^2+1$ **C** $y=(x+2)^2-3$
D $y=(x-4)^2$ **E** $y=x^2-1$

6. Kiek sprendiniu intervale $\left[-\frac{5\pi}{2}; 2\pi\right]$ turi lygtis $\cos x = \frac{1}{2}$?

- A** 3 **B** 4 **C** 7 **D** 5 **E** 6

¹ skaičius – ?????? – liczba

² lygtis – ?????????? – równanie

JUODRAŠTIS

7. Palyginkite $\log_{\frac{1}{a}} a$ ir $\log_a \frac{1}{a}$, kai $a > 1$.

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

8. Priekinio dviracio rato apskritimo¹ ilgis 120 cm, galinio rato – 122 cm. Koki atstuma² (metrais) nuvažiavus dviraciui, jo priekinis ratas apsisuks vienu apsisukimu daugiau negu galinis?

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

9. Su kuriomis a ($a \neq 0$) reikšmėmis³ funkciju $y = ax^2 + 6x + 3$ ir $y = 2x - a$ grafikai neturi bendru tašku?

(3 taškai)

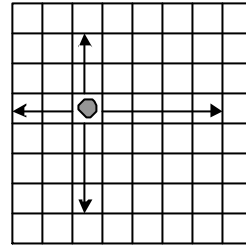
Čia rašo vertintojai		
I	II	III

¹ apskritimas – ?????????? – okrag

² atstumas – ?????????? – odleglosc

³ reikšme – ?????????? – wartosc

- 11.** Paveiksle pavaizduotos šachmatu lentos viename iš langelių padeta šachmatu figura – bokštas¹ ir parodytos šios figūros galimos judėjimo kryptys (bokštas gali judėti nurodytomis kryptimis ir užimti bet kuri langeli kiekviena nurodyta kryptimi). Keliais skirtingais budais šachmatu lentoje galima taip padėti du bokštus, kad jie vienas kita galetu nukirsti (du bokštai kerta vienas kita, kai jie gali užimti vienas kito langeli).



(3 taškai)

Cia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

JUODRAŠTIS

¹ bokštas – ????? – wieza

12. Išsprendkite nelygybę¹

$$\frac{x^2 + x - 6}{4 - x} \leq 0.$$

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

JUODRAŠTIS

¹ nelygybe – ?????????? – nierównosc

13. Išspreskite lygti¹

$$\frac{1}{8}(3^{x+1} - 3^{x-1}) = 0, (3).$$

(3 taškai)

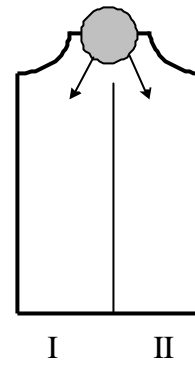
Čia rašo vertintojai		
I	II	III

JUODRAŠTIS

¹ lygtis – ????????? – równanie

14. I žaidimo urna mestas rutuliukas su vienodomis tikimybėmis¹ gali iškristi i bet kuria iš dviejų urnos sekcijų – i pirmąją arba i antrąją (žr. pav.). I šia urna imesti trys rutuliukai. Sakykime, X – rutuliuku skaičius pirmojoje sekcijoje. Parašykite atsitiktinio dydžio X skirstinį².

(3 taškai)



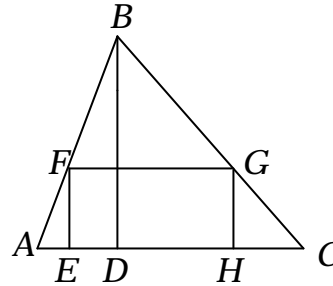
Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

JUODRAŠTIS

¹ tikimybė – ?????????? – prawdopodobieństwo

² atsitiktinio dydžio skirstinys – ?????????????? ?????????? ?????????? – rozkład zmiennej losowej

15. I trikampi¹ ABC , kurio pagrindo kraštines² AC ilgis 10 cm, o aukštines BD ilgis 8 cm, ibrežtas staciakampis³ $EFGH$ (žr. pav.). Šio staciakampio dvi viršunes yra trikampio pagrindo kraštineje, o kitos dvi – kitose trikampio kraštinesė.



1. Sakykime, EF ilgis x cm. Irodykite, kad staciakampio $EFGH$ plotas yra

$$S = \frac{5}{4}(8x - x^2).$$

(2 taškai)

2. Kokio didžiausio ploto⁴ staciakampi galima ibrežti i trikampį ABC ?

(3 taškai)

Cia rašo vertintojai		
I	II	III
—	—	—

Tašku suma		
-------------------	--	--

JUODRAŠTIS

¹ trikampis – ?????????? – trójkat

² kraštine – ??????? – bok, ramie

³ staciakampis – ?????????????? – prostokat

⁴ plotas – ??????? – pole

17. Paveiksle pavaizduoti funkciju $y = -x^2 + 1$ ir $y = -2x^2 + 2$ grafikai.

1. Raskite taškų A ir C koordinates.

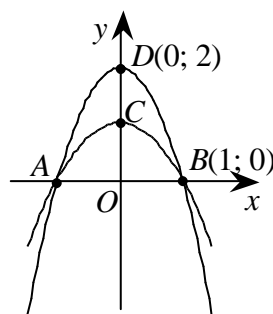
(1 taškas)

2. Irodykite, kad kreivinės figūros ACBOA plotas lygus $\frac{4}{3}$.

(2 taškai)

3. Apskaiciuokite kreivinės figūros ADBCA plotą.

(2 taškai)



Cia rašo vertintojai

I II III

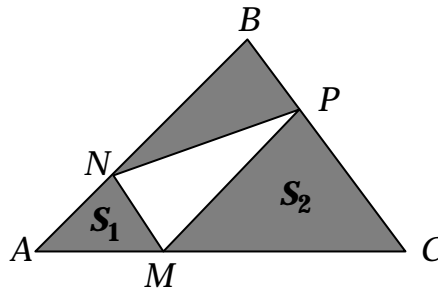
I	II	III
—	—	—
—	—	—

Taškų suma

--	--	--

JUODRAŠTIS

18. Per trikampio ABC kraštines AC taška M išvesta atkarpa¹ MN , lygiagreti su BC , ir atkarpa MP , lygiagreti su AB . Taškai N ir P sujungti atkarpa NP (žr. pav.).



1. Trikampiai MPC ir ABC yra panašūs. Ju panašumo koeficientas k . Irodykite, kad

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MPC}} = k^2.$$

(2 taškai)

2. Trikampiu ANM ir MPC plotai yra S_1 ir S_2 .

a) Irodykite, kad trikampio ABC plotas S gali būti išreikštas plotais

$$S_1 \text{ ir } S_2 \text{ šitaip: } S = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$$

(2 taškai)

b) Apskaiciuokite trikampio NBP plotą, kai $S_1 = 4 \text{ cm}^2$, $S_2 = 9 \text{ cm}^2$.

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
—	—	—
—	—	—

Tašku suma			
-------------------	--	--	--

JUODRAŠTIS

¹ atkarpa – ??????? – odcinek

19. Ar skaičiai 1, 7 ir 18 gali būti kurios nors didėjančios geometrinės progresijos¹ nariai (nebutinai gretimi). Atsakymą pagrįskite.

(4 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

JUODRAŠTIS

¹ geometrine progresija – ?????????????? ?????????? – postęp geometryczny