



LIETUVOS RESPUBLIKOS ŠVIETIMO IR MOKSLO MINISTERIJA  
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS

# MATEMATIKA

2006 m. valstybinio brandos egzaminų uždavotė

Pagrindinė sesija

2006 m. gegužės 17 d.

Trukmė – 3 val.

## Valstybinio brandos egzamino formules

**Trikampis.**  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$ ; *a*, *b*, *c* – trikampio kraštinės, *p* – pusperimetris,

*r* ir *R* – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai, *S* – trikampio plotas.

**Iškilojo daugiakampio kampų suma.**  $S_n = 180^\circ (n-2)$ .

**Skritulio išpjova.**  $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$ ,  $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$ ; *α* – centrinio kampo didumas laipsniais,

*S* – išpjovos plotas, *l* – išpjovos lanko ilgis, *R* – apskritimo spindulys.

**Nupjautinis kugis.**  $S = \pi(R+r) \cdot l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$ ; *R* ir *r* – kugio pagrindu spinduliai,

*S* – šoninio paviršiaus plotas, *V* – turis, *H* – aukštine, *l* – sudaromoji.

**Nupjautinės piramidės turis.**  $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$ ; *S*<sub>1</sub>, *S*<sub>2</sub> – pagrindu plotai, *H* – aukštine.

**Rutulys.**  $S = 4\pi R^2$ ,  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ ; *S* – rutulio paviršiaus plotas, *V* – turis, *R* – spindulys.

**Rutulio nuopjovos turis.**  $V = \frac{1}{3} \pi H^2 (3R - H)$ ; *R* – spindulys, *H* – nuopjovos aukštine.

**Vektorių skalarinė sandauga.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$ ;

*α* – kampas tarp vektorių  $\vec{a} \{x_1, y_1, z_1\}$  ir  $\vec{b} \{x_2, y_2, z_2\}$ .

**Geometrinė progresija.**  $b_n = b_1 q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1 (1 - q^n)}{1 - q}$ .

**Begaline nykstantoji geometrinė progresija.**  $S = \frac{b_1}{1 - q}$ .

**Trigonometrines funkcijas.**  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ,  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ,  $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ ,

$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$ ,  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ ,  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ ,

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,

$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$ .

**Niutono binomo formulė.**  $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$ .

$C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ,  $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ .

**Tikimybių teorija.** Atsitiktinio dydžio *X* matematine viltis yra  $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$ ,

dispersija  $DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$ .

**Išvestinių skaičiavimo taisyklės.**  $(Cu)' = Cu'$ ;  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ;  $(uv)' = u'v + uv'$ ;  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'v^2}$ ;

*u* ir *v* – taške diferencijuojamos funkcijos, *C* – konstanta.  $(a^x)' = a^x \ln a$ ,  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ .

Sudėtines funkcijas  $h(x) = g(f(x))$  išvestinė  $h'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$ .

**Funkcijos grafiko liestinės taške**  $(x_0; f(x_0))$  lygtis.  $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

**Logaritmo pagrindo keitimo formulė.**  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ .

Kiekvienas teisingai išspręstas uždavinys (1–6) vertinamas 1 tašku.

1. Kuriam intervalui priklauso skaičius<sup>1</sup>  $\log_3 10$ ?

- A**  $(-3; -2)$       **B**  $(0; 1)$       **C**  $(1; 2)$       **D**  $(3; 4)$       **E**  $(2; 3)$

2. Knygas dedant į kruveles po 3, lieka 2 knygos, taip pat 2 knygos lieka ir dedant jas į kruveles po 10. Knygu buvo:

- A** 12      **B** 8      **C** 32      **D** 16      **E** 24

3. Kuri pora lygčių<sup>2</sup> yra ekvivalencijos lygtys?

- A**  $\frac{x^2-4}{x-2} = 4$  ir  $x+2=4$       **B**  $x-1=3$  ir  $(x-1)^2=9$   
**C**  $x=3$  ir  $x+\frac{1}{x-3}=3+\frac{1}{x-3}$       **D**  $x+1=1$  ir  $x+1+\frac{1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$   
**E**  $\sqrt{x^2}=1$  ir  $x=1$

4.  $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} =$

- A** -1      **B**  $5-2\sqrt{5}$       **C**  $2\sqrt{5}-5$       **D** 1      **E** 5

5. Kurios parabolės viršūnė yra II ketvirtyje?

- A**  $y=(x-1)^2-1$       **B**  $y=(x+2)^2+1$       **C**  $y=(x+2)^2-3$   
**D**  $y=(x-4)^2$       **E**  $y=x^2-1$

6. Kiek sprendinių intervale  $\left[-\frac{5\pi}{2}; 2\pi\right]$  turi lygtis  $\cos x = \frac{1}{2}$ ?

- A** 3      **B** 4      **C** 7      **D** 5      **E** 6

<sup>1</sup> skaičius – ?????? – liczba

<sup>2</sup> lygtis – ?????????? – równanie

## JUODRAŠTIS

7. Palyginkite  $\log_{\frac{1}{a}} a$  ir  $\log_a \frac{1}{a}$ , kai  $a > 1$ .

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

8. Priekinio dviracio rato apskritimo<sup>1</sup> ilgis 120 cm, galinio rato – 122 cm. Koki atstuma<sup>2</sup> (metrais) nuvažiavus dviraciui, jo priekinis ratas apsisuks vienu apsisukimu daugiau negu galinis?

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

9. Su kuriomis  $a$  ( $a \neq 0$ ) reikšmėmis<sup>3</sup> funkciju  $y = ax^2 + 6x + 3$  ir  $y = 2x - a$  grafikai neturi bendru tašku?

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

<sup>1</sup> apskritimas – ?????????? – okrag

<sup>2</sup> atstumas – ?????????? – odleglosc

<sup>3</sup> reikšme – ?????????? – wartosc

- 10.** Draudžiant busta metams 80 000 Lt draudimo suma nuo stichines nelaimės, reikia mokėti 64 Lt, o draudžiant ta pacia suma nuo vagystės – 160 Lt. Draudžiant busta 80 000 Lt suma nuo stichines nelaimės ir nuo vagystės kartu, taikoma 25 procentu nuolaida. Kiek procentu draudimo sumos reikia mokėti draudžiant nuo abiejų rizikų kartu?

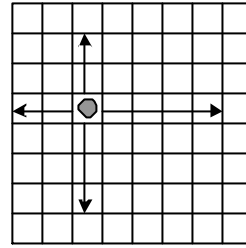
(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

---

**JUODRAŠTIS**

- 11.** Paveiksle pavaizduotos šachmatu lentos viename iš langelių padeta šachmatu figura – bokštas<sup>1</sup> ir parodytos šios figūros galimos judėjimo kryptys (bokštas gali judėti nurodytomis kryptimis ir užimti bet kuri langeli kiekviena nurodyta kryptimi). Keliais skirtingais budais šachmatu lentoje galima taip padėti du bokštus, kad jie vienas kita galetu nukirsti (du bokštai kerta vienas kita, kai jie gali užimti vienas kito langeli).



(3 taškai)

Cia rašo vertintojai		
I	II	III

---

## JUODRAŠTIS

<sup>1</sup> bokštas – ????? – wieza

12. Išsprendkite nelygybę<sup>1</sup>

$$\frac{x^2 + x - 6}{4 - x} \leq 0.$$

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

---

## JUODRAŠTIS

---

<sup>1</sup> nelygybe – ?????????? – nierównosc



13. Išsprendite lygtį<sup>1</sup>

$$\frac{1}{8}(3^{x+1} - 3^{x-1}) = 0, (3).$$

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

---

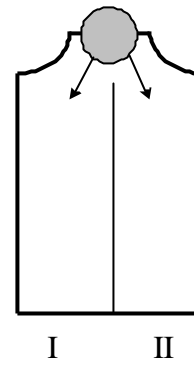
**JUODRAŠTIS**

---

<sup>1</sup> lygtis – ????????? – równanie

14. I žaidimo urna mestas rutuliukas su vienodomis tikimybėmis<sup>1</sup> gali iškristi i bet kuria iš dviejų urnos sekcijų – i pirmąją arba i antrąją (žr. pav.). I šia urna imesti trys rutuliukai. Sakykime,  $X$  – rutuliuku skaičius pirmojoje sekcijoje. Parašykite atsitiktinio dydžio  $X$  skirstinį<sup>2</sup>.

(3 taškai)



Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

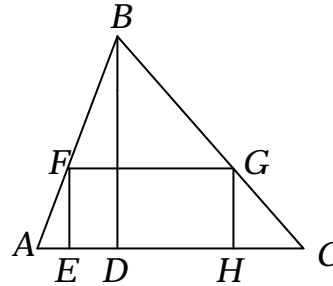
---

## JUODRAŠTIS

<sup>1</sup> tikimybė – ?????????? – prawdopodobieństwo

<sup>2</sup> atsitiktinio dydžio skirstinys – ?????????????? ?????????? ?????????? – rozkład zmiennej losowej

15. I trikampi<sup>1</sup>  $ABC$ , kurio pagrindo kraštines<sup>2</sup>  $AC$  ilgis 10 cm, o aukštines  $BD$  ilgis 8 cm, ibrežtas staciakampis<sup>3</sup>  $EFGH$  (žr. pav.). Šio staciakampio dvi viršunes yra trikampio pagrindo kraštineje, o kitos dvi – kitose trikampio kraštinesė.



1. Sakykime,  $EF$  ilgis  $x$  cm. Irodykite, kad staciakampio  $EFGH$  plotas yra

$$S = \frac{5}{4}(8x - x^2).$$

(2 taškai)

2. Kokio didžiausio ploto<sup>4</sup> staciakampi galima ibrežti i trikampį  $ABC$ ?

(3 taškai)

Cia rašo vertintojai		
I	II	III
—	—	—

<b>Tašku suma</b>			
-------------------	--	--	--

## JUODRAŠTIS

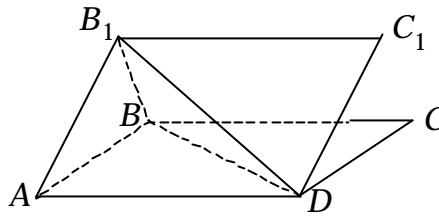
<sup>1</sup> trikampis – ?????????? – trójkat

<sup>2</sup> kraštine – ??????? – bok, ramie

<sup>3</sup> staciakampis – ?????????????? – prostokat

<sup>4</sup> plotas – ??????? – pole

16. Du lygūs kvadratai  $ABCD$  ir  $AB_1C_1D$  turi bendra kraštinę  $AD$ , o jų plokštumos<sup>1</sup> sudaro  $60^\circ$  didumo dvisieni kampą<sup>2</sup>. Iš bendros viršūnės  $D$  kiekviename kvadrato nubrežtos istrižainės<sup>3</sup>  $DB$  ir  $DB_1$  (žr. pav.). Raskite kampo tarp šiu istrižainiu kosinusa.



(4 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

**JUODRAŠTIS**

<sup>1</sup> plokštuma – ?????????? – płaszczyna  
<sup>2</sup> dvisienis kampas – ?????????? ??? – kat dwuscienny  
<sup>3</sup> istrižaine – ?????????? – przekatna

17. Paveiksle pavaizduoti funkciju  $y = -x^2 + 1$  ir  $y = -2x^2 + 2$  grafikai.

1. Raskite taškų A ir C koordinates.

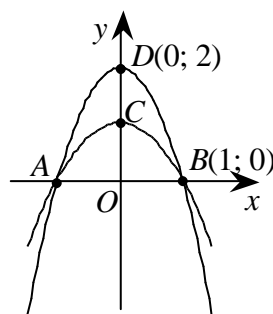
(1 taškas)

2. Irodykite, kad kreivinės figūros ACBOA plotas lygus  $\frac{4}{3}$ .

(2 taškai)

3. Apskaiciuokite kreivinės figūros ADBCA plotą.

(2 taškai)



Cia rašo vertintojai

I II III

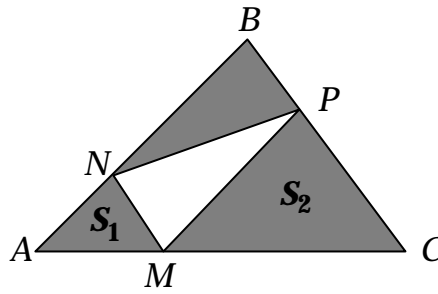
I	II	III
—	—	—
—	—	—

**Taškų suma**

--	--	--

**JUODRAŠTIS**

**18.** Per trikampio  $ABC$  kraštines  $AC$  taška  $M$  išvesta atkarpa<sup>1</sup>  $MN$ , lygiagreti su  $BC$ , ir atkarpa  $MP$ , lygiagreti su  $AB$ . Taškai  $N$  ir  $P$  sujungti atkarpa  $NP$  (žr. pav.).



**1.** Trikampiai  $MPC$  ir  $ABC$  yra panašūs. Ju panašumo koeficientas  $k$ . Irodykite, kad

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MPC}} = k^2.$$

(2 taškai)

**2.** Trikampiu  $ANM$  ir  $MPC$  plotai yra  $S_1$  ir  $S_2$ .

a) Irodykite, kad trikampio  $ABC$  plotas  $S$  gali būti išreikštas plotais

$$S_1 \text{ ir } S_2 \text{ šitaip: } S = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$$

(2 taškai)

b) Apskaiciuokite trikampio  $NBP$  plotą, kai  $S_1 = 4 \text{ cm}^2$ ,  $S_2 = 9 \text{ cm}^2$ .

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
—	—	—
—	—	—

<b>Tašku suma</b>			
-------------------	--	--	--

**JUODRAŠTIS**

<sup>1</sup> atkarpa – ??????? – odcinek

**19.** Ar skaičiai 1, 7 ir 18 gali būti kurios nors didėjančios geometrinės progresijos<sup>1</sup> nariai (nebutinai gretimi). Atsakymą pagrįskite.

(4 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

---

## JUODRAŠTIS

---

<sup>1</sup> geometrine progresija – ?????????????? ?????????? – postęp geometryczny